



## Lösungen: Mathematik, Beispiel 1

$$1. \quad a. \quad \frac{\frac{a}{2b} - \frac{2b}{a}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{2b}} = \frac{\frac{a^2 - 4b^2}{2ab}}{\frac{2b - a}{2ab}} = \frac{(a - 2b)(a + 2b)}{2ab} \cdot \frac{2ab}{-(a - 2b)} = -\frac{(a - 2b)(a + 2b)2ab}{(a - 2b)2ab} = -(a + 2b)$$

$$b. \quad \sqrt{x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4} - x^2 = \sqrt{(x^2 + 2y^2)^2} - x^2 = x^2 + 2y^2 - x^2 = 2y^2$$

$$2. \quad a. \quad a = \frac{1}{6} : \begin{cases} x + \frac{y}{6} = 1 \\ 3x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + y = 6 \\ 3x + y = 1 \end{cases} \Rightarrow 3x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow y = 1 - 3x = -4 \Rightarrow L = \left\{ \left( \frac{5}{3}, -4 \right) \right\}$$

$$b. \quad \begin{cases} x + ay = 1 \\ 3x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3ay = 3 \\ 3x + y = 1 \end{cases} \Rightarrow 3ay - y = 2 \Rightarrow y = \frac{2}{3a - 1}$$

$$\Rightarrow x = 1 - ay = \frac{3a - 1 - 2a}{3a - 1} = \frac{a - 1}{3a - 1} \Rightarrow L = \left\{ \left( \frac{a - 1}{3a - 1}, \frac{2}{3a - 1} \right) \right\}$$

c. Für  $a \neq \frac{1}{3}$  ist das Gleichungssystem lösbar.

$$3. \quad a. \quad \frac{x - 1}{x - 3} = \frac{4}{(x - 1)(x - 3)}, \quad D = \mathbb{R} \setminus \{1, 3\}$$

$$\Rightarrow (x - 1)^2 = 4 \Rightarrow x = 3 \text{ oder } x = -1. \text{ Da } 3 \notin D \text{ ist } L = \{-1\}.$$

$$b. \quad \underbrace{(x + 2)}_{=0} \cdot \underbrace{\left( 3 + \frac{1}{2x - 1} \right)}_{=0} = 0, \quad D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

$$x = -2 \text{ oder } 3(2x - 1) + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \text{ oder } x = \frac{1}{3} \Rightarrow L = \left\{ -2, \frac{1}{3} \right\}$$

4. a.  $T(x) \geq 0$ , wenn entweder  $x + 5 \geq 0$  und  $x - 2 > 0$  (1. Fall) oder  $x + 5 \leq 0$  und  $x - 2 < 0$  (2. Fall). Im 1. Fall muss  $x > 2$  sein, im 2. Fall muss  $x \leq -5$  sein. Also ist  $L = \{ \dots, -8, -7, -6, -5, 3, 4, 5, \dots \}$ .

$$b. \quad T(\sqrt{3}) = \frac{\sqrt{3} + 5}{\sqrt{3} - 2} = \frac{(\sqrt{3} + 5)(\sqrt{3} + 2)}{(\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2)} = \frac{13 + 7\sqrt{3}}{3 - 4} = -(13 + 7\sqrt{3})$$

5.  $\sqrt{7x + 11} - 3 = x, D = \{x \in \mathbb{R} | x \geq -11/7\}$   
 $\Rightarrow \sqrt{7x + 11} = x + 3 \Rightarrow 7x + 11 = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$   
 $\Rightarrow \underbrace{(x + 1)}_{=0} \underbrace{(x - 2)}_{=0} = 0 \Rightarrow L = \{-1, 2\}$

6. a.  $\left[ \frac{1}{(-a)^{-1}} \right]^{-1} = (-a)^{-1} = \frac{1}{-a} = -\frac{1}{a}$

b.  $\left(\frac{1}{2}\right)^6 \cdot 0.25^{-3} = 2^{-6} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} = 2^{-6} \cdot (2^{-2})^{-3} = 2^{-6} \cdot 2^6 = 2^0 = 1$

7.  $x =$  Anzahl Sitzplätze in der Business-Klasse  
 $y =$  Anzahl Sitzplätze in der Economy-Klasse

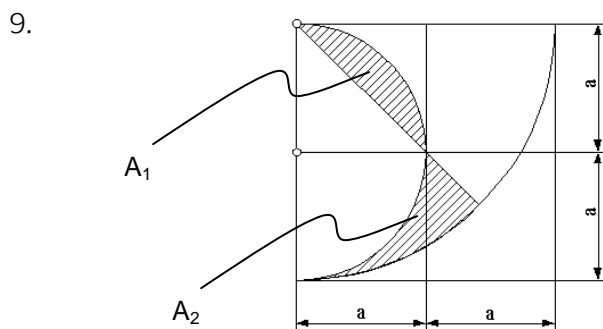
$$\begin{cases} x + y = 400 \\ 2'000x + 1'000y = 500'000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 400 \\ 2x + y = 500 \end{cases} \Rightarrow x = 100 \text{ und } y = 300$$

8. a.  $g: y = mx + b, m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{7 - 10}{4 - 10} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow 7 = \frac{1}{2} \cdot 4 + b \Rightarrow b = 5 \Rightarrow g: y = \frac{1}{2}x + 5$

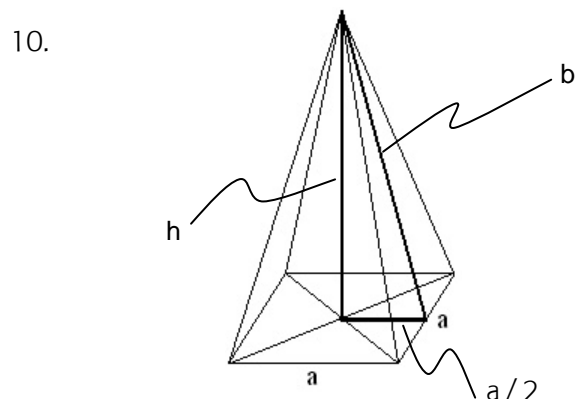
b.  $h: y = -\frac{3}{4}x + \frac{15}{4} \Rightarrow \frac{1}{2}x_s + 5 = -\frac{3}{4}x_s + \frac{15}{4} \Rightarrow 2x_s + 20 = -3x_s + 15$

$\Rightarrow x_s = -1 \Rightarrow y_s = \frac{1}{2}x_s + 5 = \frac{9}{2} \Rightarrow S(-1, 4.5)$



$$A_1 = \frac{a^2 \pi}{4} - \frac{a^2}{2} = \frac{\pi - 2}{4} a^2$$

$$A_2 = \frac{(2a)^2 \pi}{8} - \frac{a^2}{2} - \frac{a^2 \pi}{4} = \frac{2\pi - 2 - \pi}{4} a^2 = \frac{\pi - 2}{4} a^2$$



Ansatz: I) Volumen  $V = \frac{Gh}{3}$

II) Grundfläche  $G = a^2$

III) Seitenfläche  $A = 2G$

IV)  $A = \frac{ab}{2}$

V)  $h^2 = b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$

(II), (III) & (IV)  $\Rightarrow 2a^2 = \frac{ab}{2} \Rightarrow b = 4a \stackrel{(V)}{\Rightarrow} h = \frac{3\sqrt{7}}{2} a \stackrel{(I)}{\Rightarrow} V = \frac{\sqrt{7}}{2} a^3 \approx 1.323 a^3$