



## Lösungen: Mathematik, Beispiel 2

1. a.  $\left(1 + \frac{1}{5}\right) : \frac{1}{2 - \frac{1}{3}} = \frac{6}{5} : \frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{6}{5} : \frac{3}{5} = \frac{6}{5} \cdot \frac{5}{3} = 2$

b.  $\sqrt{0.01} + \left(\frac{7}{5}\right)^2 = 0.1 + \frac{49}{25} = \frac{1}{10} + \frac{49}{25} = \frac{103}{50}$

2. a.  $z^2 + 5 \cdot z + 6 = (z+2)(z+3)$

b.  $u^2 - uv + wu - wv = u(u-v) + w(u-v) = (u+w)(u-v)$

c.  $5s^3 - 50s^2t + 125st^2 = 5s(s^2 - 10st + 25t^2) = 5s(s-5t)^2$

3. a.  $a=3: \begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + 3y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1-2x \\ x + 3y = 2 \end{cases} \Rightarrow x + 3(1-2x) = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{5}$   
 $\Rightarrow y = \frac{3}{5} \Rightarrow L = \left\{ \left( \frac{1}{5}, \frac{3}{5} \right) \right\}$

b.  $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + ay = a-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1-2x \\ x + ay = a-1 \end{cases} \Rightarrow x + a(1-2x) = a-1 \Rightarrow (1-2a)x = -1$   
 $\Rightarrow x = \frac{1}{2a-1} \Rightarrow y = 1 - 2 \cdot \frac{1}{2a-1} = \frac{2a-3}{2a-1} \Rightarrow L = \left\{ \left( \frac{1}{2a-1}, \frac{2a-3}{2a-1} \right) \right\}$

c. Für  $a = \frac{1}{2}$  ist das System nicht lösbar, es lautet dann  $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$ .

4. a.  $\frac{x+2}{x-1} = 2x, D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$$\Rightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2)}}{2 \cdot 2} = \frac{3 \pm 5}{4}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ oder } x = 2 \Rightarrow L = \left\{ -\frac{1}{2}, 2 \right\}$$

b.  $\underbrace{(x^2 - 4)}_{=0} \left( \underbrace{\frac{3}{x-2} - 1}_{=0} \right) = 0, D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

$$\left. \begin{array}{l} x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ oder } x = -2 \\ \frac{3}{x-2} - 1 = 0 \Rightarrow x = 5 \\ D = \mathbb{R} \setminus \{2\} \end{array} \right\} \Rightarrow L = \{-2, 5\}$$

5. a.  $Q(x) \leq 0$ , wenn entweder  $2x - 4 \geq 0$  und  $x - 5 \leq 0$  (1. Fall) oder  $2x - 4 \leq 0$  und  $x - 5 \geq 0$  (2. Fall). Im 1. Fall muss  $x \geq 2$  und  $x \leq 5$  sein, d.h.  $x = 2, 3, 4, 5$ . Im 2. Fall muss  $x \leq 2$  und  $x \geq 5$  sein, d.h. es gibt kein  $x$ . Also ist  $L = \{2, 3, 4, 5\}$ .

b.  $Q(a+2) = (2(a+2) - 4)(a+2 - 5) = 2a(a-3) = 2a^2 - 6a$

6.  $x =$  Anzahl Bilder von Oli,  $y =$  Anzahl Bilder von Lukas

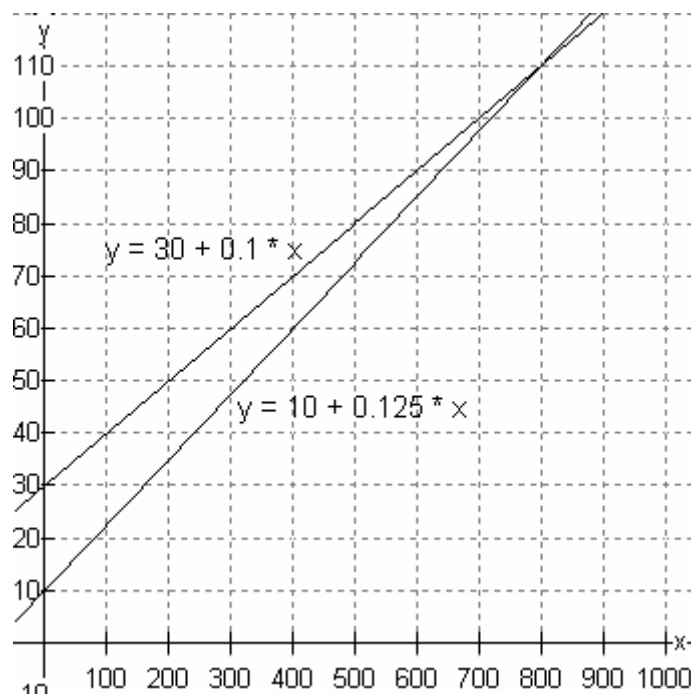
$$\Rightarrow \begin{cases} x - 15 = y + 15 \\ x + 15 = 2(y - 15) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 30 \\ x - 2y = -45 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x - 30 \\ x - 2y = -45 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x - 2(x - 30) = -45 \Rightarrow x = 105$$

7.  $\frac{a^{-2}(a^{-1}b)^3}{b^4} = \frac{a^{-2}a^{-3}b^3}{b^4} = \frac{a^{-5}}{b} = \frac{1}{a^5b}$

8. a. Vertrag A kostet Hans  $30 + 8 \cdot 60 \cdot 0.1 = 78$  Fr., Vertrag B  $10 + 8 \cdot 60 \cdot 0.125 = 70$  Fr.  
Vertrag B ist also günstiger für Hans.

b. Für Vertrag A ist  $y = f_A(x) = 30 + 0.1 \cdot x$ , für Vertrag B  $y = f_B(x) = 10 + 0.125 \cdot x$ .



c.  $30 + 0.1 \cdot x = 10 + 0.125 \cdot x \Rightarrow 0.025 \cdot x = 20 \Rightarrow x = 800 \text{ min} = 13 \text{ h } 20 \text{ min}$

9. a. Sei H der Fusspunkt der Höhe, die durch den Eckpunkt D geht und senkrecht auf der Grundseite AB steht. Im rechtwinkligen Dreieck AHD betragen  $AH = \frac{8-4}{2} = 2$  und  $HD = \sqrt{8^2 - 2^2} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$ . Die Trapezfläche beträgt  $F = \frac{8+4}{2} \cdot 2\sqrt{15} = 12\sqrt{15}$ .

b. Ausgedrückt durch a betragen  $AH = \frac{a-a/2}{2} = \frac{a}{4}$ ,  $HD = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{15a^2}{16}} = \frac{\sqrt{15}a}{4}$

und  $F = \frac{a+a/2}{2} \cdot \frac{\sqrt{15}a}{4} = \frac{3\sqrt{15}a^2}{16}$ .

10. a.  $\text{Volumen} = \text{Grundfläche} \cdot \text{Höhe} = \frac{5 \cdot 12}{2} \cdot 11 = 330 \text{ cm}^3$

Hypotenuse der Grundfläche =  $\sqrt{12^2 + 5^2} = 13 \text{ cm}$

Oberfläche =  $2 \cdot \text{Grundfläche} + \text{Mantelfläche} = 2 \cdot 30 + (5 + 12 + 13) \cdot 11 = 390 \text{ cm}^2$

b.  $h = \text{Höhe des Prismas} \Rightarrow 2 \cdot 30 + 30 h = 195 \Rightarrow h = 4.5 \text{ cm}$